

3/10: HF-Technik – keine Hexerei

Das Smith-Diagramm

Beim Entwurf von HF-Schaltungen kommt man nicht um das so genannte Smith-Diagramm herum, das die Reflexionskoeffizienten auf eine einfache Art und Weise visualisiert. Anpassungsvorgänge können so sehr intuitiv entworfen werden. Nachdem im vorangegangenen Artikel die Reflexionskoeffizienten beschrieben wurden, wird diesmal das Smith-Diagramm eingeführt und an Beispielen illustriert.



Prof. Dr. Heinz Mathis
Dozent für
Mobilkommunikation
HSR Hochschule für Technik
Oberseestrasse 10
8640 Rapperswil
Tel. 055 222 45 95
Fax 055 222 44 00
heinz.mathis@hsr.ch
http://mk.hsr.ch

Das Smith-Diagramm wurde von Phillip Smith entwickelt, der sich in den 30er-Jahren bei den Bell Labs Gedanken machte, wie er wohl Antennenanpassungen möglichst «schmerzlos» durchführen könnte. Mit zunehmender Computerunterstützung beim HF-Entwurf wäre man heute zwar weniger auf das Smith-Diagramm angewiesen, doch hat sich dieses Werkzeug zur Visualisierung von Anpassungsvorgängen und S-Parametern in der HF-Technik erhalten. Messgeräte wie der Netzwerkanalysator zeigen Reflexionsfaktoren im Smith-Diagramm an.

Definitionen und ein wenig Mathematik

Mathematisch gesehen ist das Smith-Diagramm eine einfache Transformation, die die Überführung eines Impedanzniveaus in den zugehörigen Reflexionsfaktor beschreibt. Der Reflexionsfaktor r bei Anschluss einer Last der Impedanz Z an eine Leitung oder Quelle der Impedanz Z_0 ist gegeben durch

$$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad (1)$$

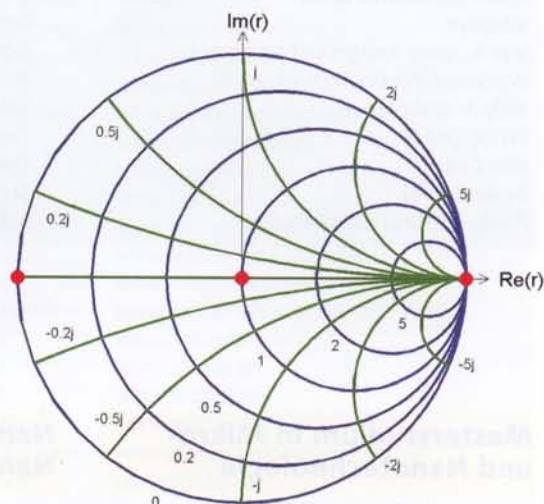
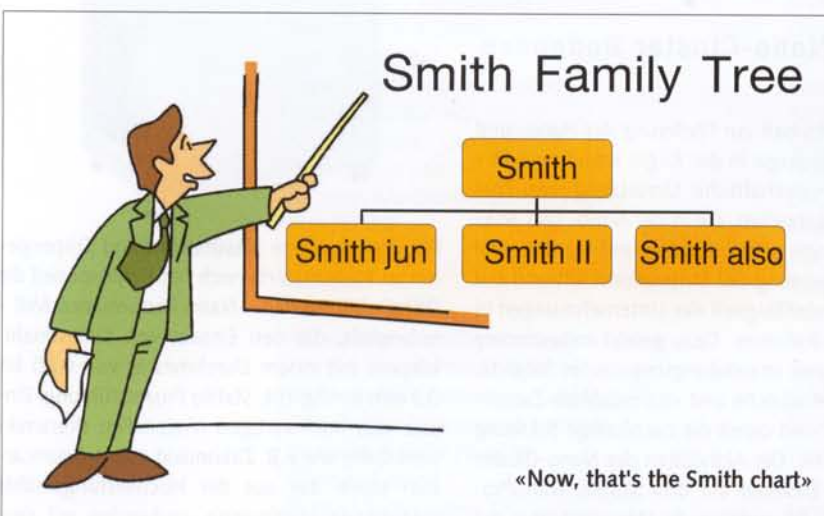


Bild 2: Smith-Diagramm: Die blauen Linien sind die geometrischen Orte der Reflexionsfaktoren von Impedanzen mit konstantem Realteil, während die grünen Linien diejenigen von Impedanzen mit konstantem Imaginärteil enthalten



Diese in Gleichung (1) gegebene Transformation kann für jeden beliebigen Punkt von Z_0 gezeichnet werden und liefert dabei das Smith-Diagramm wie in Bild 2 dargestellt. Dabei entstehen die blauen Kreise aufgrund der Realteile der Lastimpedanzen und die grünen Kreisbogen durch die Imaginärteile der Impedanzen (also Induktivitäten und Kapazitäten). Die Kreisbogen wurden jeweils für $Z = \{0, 0,2 \cdot Z_0, 0,5 \cdot Z_0, Z_0, 2 \cdot Z_0, 5 \cdot Z_0\}$ bzw. $Z = \{\pm 0,2 j \cdot Z_0, \pm 0,5 j \cdot Z_0, \pm j \cdot Z_0, \pm 2 j \cdot Z_0, \pm 5 j \cdot Z_0\}$ gezeichnet.

Im Smith-Diagramm sind einige Punkte besonders zu erwähnen: der Mittelpunkt, bei dem wie erwähnt keine Reflexion entsteht, also $r = 0$. Dann der Punkt ganz links, der beim Kurzschlussfall ($Z = 0$) resultiert. Hier ist $r = -1$, d. h., die Spannungswelle, die auf eine solche Last trifft, wird vollständig reflektiert, aber mit inversem Vorzeichen. Dabei löscht sie sich mit der einfallenden Welle aus, und wir messen keine Spannung, wie wir das bei einem Kurzschluss auch erwarten würden. Der gegenüberliegende Punkt $r = 1$ entsteht für eine unendlich grosse Last. Hier wird ebenfalls die gesamte Leistung reflektiert, da ja in diesem Fall kein

Die Reflexion r ist nur dann gleich Null, d. h., die gesamte Leistung kann nur dann an die Last weitergegeben werden, wenn die Last Z gleich gross ist wie das heranführende Impedanzniveau Z_0 . Der Reflexionsfaktor r entspricht bei Viertoren (unter gewissen Umständen¹) dem im letzten Beitrag (polyscope 13/04) eingeführten Parameter S_{11} .

¹Die Bedingung dazu ist ausgangsseitige Anpassung oder keine Rückwirkung des Zweites.

Strom durch die Last fließen kann. Diese drei Punkte liegen auf der reellen Achse in der Ebene des komplexen Reflexionskoeffizienten.

Punkte entfernen sich von der reellen Achse, falls die Last nicht rein ohmscher Natur ist, d.h., falls sie induktiv oder kapazitiv behaftet ist. Für diese Fälle kommen die Reflexionsfaktoren entweder in die obere Hälfte des Smith-Diagramms (induktiv) oder in die untere Hälfte (kapazitiv) zu liegen. Diese Gegebenheiten sind in Bild 3 gezeigt.

Die genaue Lage des Reflexionsfaktors ist dabei frequenzabhängig. Weil die Impedanz einer idealen Kapazität durch

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

gegeben ist, durchläuft der Reflexionsfaktor dieser Kapazität als Last alle Punkte von $r = 1$ bis $r = -1$ entlang des unteren Halbkreises, wenn die Be-

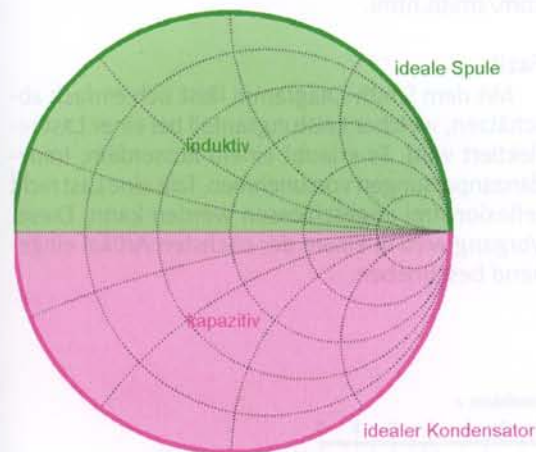


Bild 3: Zweigeteiltes Smith-Diagramm: Die obere Hälfte zeigt induktive Lasten, die untere kapazitive

triebsfrequenz von DC kontinuierlich empor geschraubt wird.

Falls die Last kombiniert resistiv und kapazitiv (oder induktiv) ist, liegt der Reflexionsfaktor im Innern des Diagramms. Je näher er beim Mittelpunkt liegt, desto kleiner sind die Reflexionen, und desto eher wird die komplette Leistung an die Last übertragen, was in der Regel das Ziel ist.

Konkretes Beispiel gefällig?

Nach soviel Theorie soll hier ein konkretes Beispiel zeigen, wie der Reflexionsfaktor einer bestimmten Lastimpedanz im Smith-Diagramm eingezeichnet wird. Im Folgenden gehen wir von einer Serieschaltung eines 30-Ω-Widerstands und einer 10-nH-Induktivität aus. Die kombinierte Impedanz ist dann frequenzabhängig und gegeben durch $Z = 30 \Omega + j\omega \cdot 10 \text{ nH}$, wobei $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz darstellt. Für $f = 1 \text{ GHz}$ kriegen wir also $Z = (30 + 63j) \Omega$. Wenn wir das mit der Systemimpedanz $Z_0 = 50 \Omega$ normieren, erhalten wir

$$z = \frac{Z}{Z_0} = 0,6 + 1,26j.$$

Das können wir jetzt leicht einzeichnen, indem wir in Bild 4 den blau gestrichelten Kreis für 0,6 mit

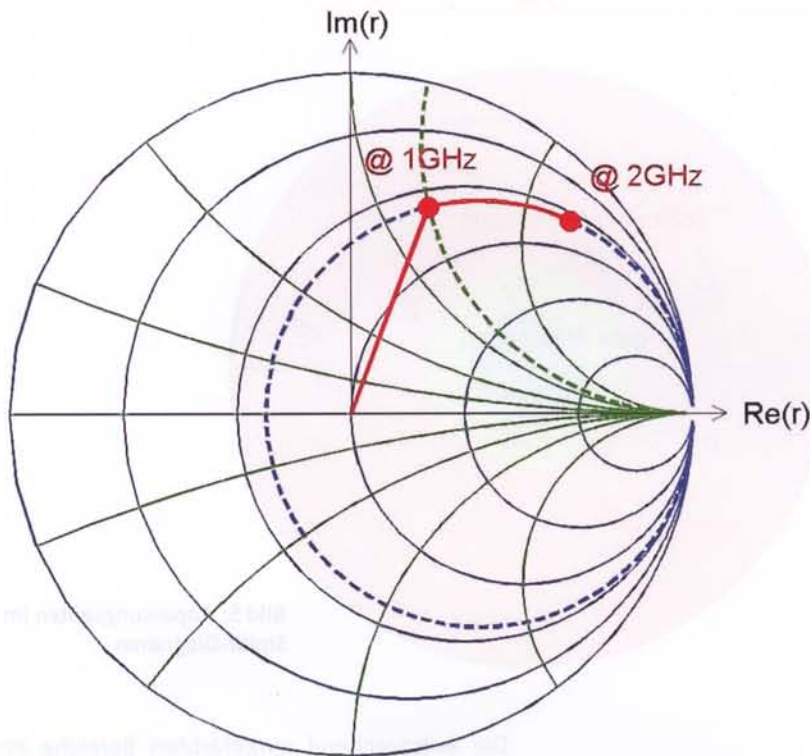


Bild 4: Beispiel des resultierenden Reflexionsfaktors einer Serieschaltung von R und L

dem grün gestrichelten Kreisbogen für 1,26 schneiden. Der Schnittpunkt entspricht dem gesuchten Reflexionsfaktor. Der Betrag des Reflexionsfaktors entspricht dann der Länge der roten Gerade und beträgt im konkreten Beispiel $|r| = 0,65$.

Bei 2 GHz wäre der Imaginärteil doppelt so groß, entsprechend verschiebt sich der Reflexionsfaktor.

Anpassung ist das A und O

Ein Beispiel: In einem Handy soll die im Endverstärker erzeugte Leistung möglichst vollständig von der Antenne abgestrahlt werden. Dazu ist es notwendig, die Antenne so gut wie möglich an die Impedanz des Verstärkers anzupassen. Unter Annahme eines Verstärkers mit Ausgangsimpedanz 50 Ω zeigt die Tabelle, bei welcher Antennenimpedanz (vgl. die zwei Spalten ganz rechts) welche Verluste zu erwarten sind.

In der Tabelle ist für einige Beispiele von Lastwiderstandswerten die zugehörige Reflexion als linearer Wert r und als Rückflussdämpfung (RL) in dB gegeben. Eine weitere Darstellung ist das so genannte Stehwellenverhältnis VSWR. Je nach Leistungsverlust kann die Anpassung als gut (grüner Bereich) oder schlecht (roter Bereich) bezeichnet werden.

Reflexion $ r $	RL	VSWR	Leistungsverlust	R (klein)	R (gross)
0	∞ dB	1	0 %	50 Ω	50 Ω
0,2	14 dB	1,5	4 %	33,3 Ω	75 Ω
0,33	9,5 dB	2	11,1 %	25 Ω	100 Ω
0,5	6 dB	3	25 %	16,6 Ω	150 Ω
0,71	3 dB	6	50 %	8,3 Ω	300 Ω
1	0 dB	∞	100 %	0 Ω	∞ Ω

Tabelle: Leistungsverluste durch Fehlanpassung bei verschiedenen Lastwiderständen und 50 Ω Bezugsimpedanz

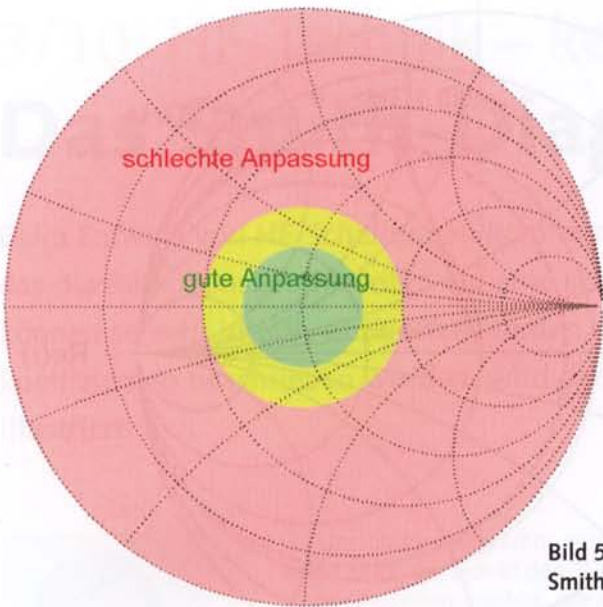


Bild 5: Anpassungsgüten im Smith-Diagramm

Die entsprechend eingefärbten Bereiche im Smith-Diagramm sind in Bild 5 dargestellt.

Falls der Anschluss einer Last an eine Quelle zu nicht akzeptierbaren Reflexionen und damit zu Leistungsverlusten führt, muss eine Anpassung vorgenommen werden. Das ist Inhalt eines späteren Artikels.

Mehr Details

Bisher haben wir vor allem qualitative Betrachtungen angestellt. Ein Smith-Diagramm, mit dem auch quantitativ gearbeitet werden kann, ist im Folgenden abgebildet. Dabei sieht man z. B., dass der Mittelpunkt mit 1,0 angeschrieben ist. Das bedeutet konkret, dass diese Reflexion ($r = 0$) mit der normierten Systemimpedanz erreicht wird (meist $= 50 \Omega$). Die Zahlen bei den Kreisen und Kreisbogen beziehen sich also auf Impedanzen und Admittanzen. Die zugehörigen Beträge der Reflexionsfaktoren können dann durch Abstandsmessung zum Mittelpunkt und dem oben abgebildeten Massstab ermittelt werden. Die Phasen der im Allgemeinen komplexen Reflexionsfaktoren sind durch die Winkelskala aussen am Smith-Chart gegeben (Bild 6). Weitere interessante Informationen zum Smith-Diagramm können auf dem Internet gefunden werden, z. B. unter www.sss-mag.com/smith.html.

Fazit

Mit dem Smith-Diagramm lässt sich einfach abschätzen, welcher Leistungsanteil bei einer Last reflektiert wird. Es erlaubt einem ausserdem, Impedanzanpassungen vorzunehmen, falls eine Last nicht reflexionsfrei angeschlossen werden kann. Dieser Vorgang wird in einem der nächsten Artikel eingehend beschrieben.

Bild 6: Smith-Diagramm mit Beschriftung der normierten Impedanzwerte

